

Mehrphasensysteme

Berechnen Sie die Maximalwerte zwischen zwei nebeneinander liegende Phasen, d.h. y_1 gegenüber den Nullpunkt/Nulleiter:

$$y_1 = c \cdot \sin(x)$$

$$y_2 = c \cdot \sin(x+k)$$

$$k = 0 \dots 2 \cdot \pi$$

- Einphasensystem
- Zweiphasensystem
- Dreiphasensystem
- Vierphasensystem

Lösungen:

- Einphasensystem:

$$y = c$$

Es gibt nur eine Phase, d.h. nur y_1 oder y_2 kann verwendet werden.
(Phase und Nulleiter)

- Zweiphasensystem

$$y = 2c \quad k = \pi \quad (2 \text{ Phasen und Nulleiter})$$

- Dreiphasensystem

$$y = \sqrt{3} c, \quad k = \frac{2}{3} \pi$$

- Vierphasensystem

$$y = \sqrt{2} c, \quad k = \frac{1}{2} \pi \quad (\text{Nebeneinander liegende Phasen})$$

(Gegenüberliegende Phasen hätte in dem Falle Werte wie beim Zweiphasensystem)

Der graphische Lösungsweg ist jeweils die Kurvenverläufe der Spannungen in einem Diagramm aufzutragen und mit einigen Stützpunkten den sich ergebenden Kurvenverlauf einzutragen.

Der rechnerische Lösungsweg geht über die Verwendung von trigonometrischen Additionstheoremen.

Zweiphasensystem:

$$y = c \cdot \sin(x+k) - c \cdot \sin(x) = c \cdot \sin(x+\pi) - c \cdot \sin(x) = -c \cdot \sin(x) - c \cdot \sin(x) = -2c \cdot \sin(x)$$

Verwendung von: $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$

$$0 = y' = -2c \cdot \cos(x) \Rightarrow x = \pi + n \pi$$

$$y(\pi) = 2c$$

Vierphasensystem:

$$y = c \cdot \sin(x+k) - c \cdot \sin(x) = c \cdot \sin(x+\pi/2) - c \cdot \sin(x) = c \cdot \cos(x) - c \cdot \sin(x)$$

Verwendung von:

$$\sin(x+\pi/2) = \sin(x) \cdot \cos(\pi/2) + \cos(x) \cdot \sin(\pi/2) = \cos(x)$$

$$0 = y' = -c \cdot \sin(x) - c \cdot \cos(x)$$

$$\sin(x) = \cos(x)$$

$$\sin(x) = \sqrt{1 - (\sin(x))^2} = \sqrt{1/2}$$

$$(\sin(x))^2 = 1 - (\sin(x))^2$$

$$(\sin(x))^2 = 1/2$$

$$\sin(x) = \pm (1/2)^{1/2} \Rightarrow x = \pi + n\pi/2$$

$$y(-\pi/4) = 2^{1/2} \cdot c$$

Dreiphasensystem:

$$y = c \cdot \sin(x+k) - c \cdot \sin(x) = c \cdot \sin(x+2\pi/3) - c \cdot \sin(x) = c \cdot \sin(x) \cdot (-1/2) + c \cdot \cos(x) \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2} - c \cdot \sin(x)$$

$$y = c \cdot \cos(x) \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2} - 1,5 \cdot c \cdot \sin(x)$$

Verwendung von:

$$\sin(x+\pi/2) = \sin(x) \cdot \cos(2\pi/3) + \cos(x) \cdot \sin(2\pi/3) = \sin(x) \cdot (-1/2) + \cos(x) \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2}$$

$$0 = y' = -c \cdot \sin(x) \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2} - 1,5 \cdot c \cdot \cos(x)$$

$$1/2 \cdot 3^{1/2} \sin(x) = -1,5 \cos(x)$$

$$3^{1/2} \cdot \sin(x) = -3 \cdot \cos(x)$$

$$3^{1/2} \cdot \sin(x) = -3 \cdot (1 - (\sin(x))^2)^{1/2}$$

$$3 \cdot (\sin(x))^2 = 9 \cdot (1 - (\sin(x))^2)$$

$$12 \cdot (\sin(x))^2 = 9$$

$$(\sin(x))^2 = 9/12 = 3/4$$

$$\sin(x) = \pm (3/4)^{1/2} = \pm 1/2 \cdot 3^{1/2}$$

$$x_1 = 2/3 \cdot \pi + n \cdot \pi$$

$$x_2 = 4/3 \cdot \pi + n \cdot \pi$$

$$y(-4/6 \cdot \pi) = c \cdot \cos(x) \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2} - 1,5 \cdot c \cdot \sin(x) = c \cdot 1/2 \cdot 1/2 \cdot 3^{1/2} - 1,5 \cdot c \cdot (-1/2 \cdot 3^{1/2})$$

$$= 2(1/2 \cdot 3^{1/2}) = 3^{1/2}$$